

## 2013 概率统计团体竞赛复试题

1. 设  $\xi_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) 为一列独立同分布的随机变量且它们的期望与方差分别是  $\mu$  与  $\sigma$ , 又设  $N$  为取值正整数的随机变量, 它的期望与方差分别是  $m$  与  $\theta$ . 假定  $N$  与  $(\xi_i, i = 1, 2, \dots)$  独立, 试求  $X = \sum_{i=1}^N \xi_i$  的期望与方差.

2. 若  $X, Y, Z$  为独立的  $[0, 1]$  上均匀分布的随机变量, 则  $W = (XY)^Z$  也服从  $[0, 1]$  上的均匀分布.

3. 用投掷方法, 考察一枚硬币的对称性, 记出现正面的概率为  $p$ .

1) 当独立投掷  $n$  次时, 给出  $p$  的最大似然估计.

2) 当投掷次数  $n$  很大时, (可用渐近正态性) 对假设

$$H_0 : p = 0.5, H_1 : p \neq 0.5,$$

在给定水平  $\alpha = 0.10$ , 给出假设检验的具体做法.